

B

آزمون آزمایشی ۳ بهمن

# دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه دهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله  
۵

۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

## تذکرات مهم ↓

➤ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۶ گزینه دو، در روز جمعه ۱۰ بهمن ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➤ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۵ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

## کارشناسان

## طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرید

مسئول درس: علی افضل زاده  
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

علی صادقی • مانی خداپنده

سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد  
فرهاد فرزانی

مسئول درس: سعید اکبرزاده  
دستیار: هادی کاظم نژاد

حسین خواجوند • مانی خداپنده

امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده  
دستیار: فرهاد فرزانی

پوپک مقدم

محمد خانگلدی

مسئول درس: ایمان اردستانی  
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علیرضا صحرایی • عباس مالکی

مسئول درس: حسین افسری  
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

## کارشناسان

## طراحان

علی جوهری • میلاد حاتمی  
نرگس حسینی

منصوره رئیس دانا • سعید خورشیدی نسب  
جوادی ابادرلو • رضا بهنامی

مسئول درس: بتول خواجه پور

مریم گلی حسن لو

یوسف صباغی • محسن داودی

مسئول درس: منصور داودوندی  
دستیار: ساناز دریکوندی

محمد احمدی

محمد علی توسلی فر • یاسر راش  
محمد احمدی • بابک اسفندی

مسئول درس: سید حامد میرقادری  
دستیار: حسین سعادت

فرزانه صاعدی • حسن علی محمدی  
روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی • حسن علی محمدی  
فرزانه صاعدی • عباس روزبهانی

مسئول درس: شکبیا کریمی

## کارشناسان

## طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی  
علیرضا حیدری

هادی قورزایی • مینا پزنگ  
محمدرضا پیرو • محمدحسین صفایی  
امیرمهدی اسفندی • حمزه کریم تباح فر

مسئول درس: محمدرضا پیرو  
دستیار: سپهر سالار کیا

مehتاب شیرازی • هستی ناصح

الهام میرزایی • علیرضا مختاری  
مبینا تاجیک • آزاده میرزایی

مسئول درس: الهام رضایی  
دستیار: فاطمه صفری

علی شکری • فاطمه یاری

مهدی پارچه باف دولتی • نگین تربیتی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی  
دستیار: ثنا کاشیان

فاطمه نظری • سارا حمزه  
مehتاب شیرازی • صبا پهلوان

سید محسن ماهینی • ولی برجی  
جوهر فرحات • حمیدرضا قائد امینی  
امینه کارآمد • آریا ذوقی

مسئولین درس: پویا رضاداد  
محمدحسین حقیقت

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

فاطمه نیتی • مهسا اصغری  
سیده ساره زاهدی

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

سیده ساره زاهدی • محسن سلیمانی  
الهه ریاحی نسب

مسئول درس: الناز گنج کار  
دستیار: الهه ریاحی نسب

ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور  
امیررضا علیرزاده

فاطمه شریف زاده • محمدحسین خدام  
محسن انصاری

مسئول درس: سعید رحیمیان  
دستیاران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژاد

کوثر رعدی

میترا چینی ساز • آپدانا رستمی  
طاهره کریمی • محمدرضا مبارکی  
علی محسنی • آرش بدری

مسئول درس: امیر محمدبیگی  
دستیار: محمدرضا مبارکی

## گروه ریاضی

سید شاکری

## گروه علوم

محمد حسین کشانی

## گروه انسانی

اکبر آخوندی

## ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)



- برای اعداد دلخواه  $a$  و  $b$ ، «اتحاد تفاضل مکعبات» به صورت زیر برقرار است:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$



مضرب دو عبارت داده شده، حاصل ضرب آن‌ها یا هر مضربی از حاصل ضرب آن‌ها خواهد بود. کافی است ابتدا این دو عبارت را در هم ضرب کنیم:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۳ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)



- برای اعداد دلخواه  $a$  و  $b$ ، «اتحاد تفاضل مکعبات» به صورت زیر برقرار است:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$



حجم مکعب با در نظر گرفتن قسمت حذف شده برابر  $9^3$  است. قسمت حذف شده یک مکعب به طول ضلع  $b$  با حجم برابر  $b^3$  است، پس حجم شکل برابر  $9^3 - b^3$  است. برای به دست آوردن شمارنده‌های  $9^3 - b^3$  کافی است آن را تجزیه کنیم:

$$9^3 - b^3 = (9-b)(9^2+9b+b^2) = (9-b)(81+9b+b^2)$$

بنابراین شمارنده‌های  $9^3 - b^3$  عبارت‌اند از  $9-b$  و  $81+9b+b^2$ .

۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)



- برای دو عدد دلخواه  $a$  و  $b$  «اتحاد مکعب دوجمله‌ای» به صورت زیر برقرار است:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



به کمک اتحاد، حاصل عبارت را به دست آورده و مقادیر  $a$  و  $b$  را می‌یابیم:

$$(2x-3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(-3) + 3(2x)(-3)^2 + (-3)^3 = 8x^3 - \underbrace{36x^2}_a + \underbrace{54x}_b - 27$$

بنابراین مقدار  $a+b$  برابر است با:

$$a+b = -36+54=18$$



▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۴- پاسخ: گزینه ۳



– برای اعداد دلخواه  $a$  و  $b$ ، «اتحاد مجموع مکعبات» به صورت زیر برقرار است:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$


کافی است صورت و مخرج کسر را در عبارت  $(1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2})$  ضرب کنیم:

$$\frac{1+a}{1+\sqrt[3]{a}} \times \frac{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}} = \frac{(1+a)(1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2})}{1+a} = 1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۳



– اگر  $a$  یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگ تر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 = a$  عبارت اند از:

$$x = -\sqrt{a} \text{ و } x = \sqrt{a}$$

– برای دو عدد دلخواه  $a$  و  $b$  «اتحاد مربع دوجمله ای» به صورت زیر برقرار است:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$


معادله را به روش ریشه گیری حل می کنیم:

$$(2x+3)^2 + 1 = 10 \Rightarrow (2x+3)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 = 3 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \text{یا} \\ 2x+3 = -3 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$



عبارت را به توان ۲ رسانده و ساده می کنیم:

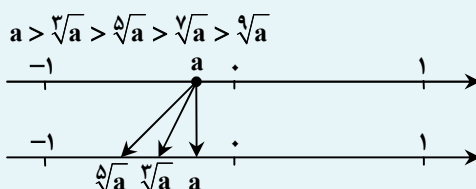
$$(2x+3)^2 + 1 = 10 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 + 1 - 10 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 4x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \text{یا} \\ x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس های ۲ و ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۴



– اگر عددی مثل  $-1 < a < 0$  را در نظر بگیریم، داریم:



برای مقایسه اول می دانیم از اعداد بین  $-1$  و صفر هرچه رادیکال با فرجه فرد بزرگ تری بگیریم، کوچک تر می شوند، پس

$$\sqrt[3]{-0.1} > \sqrt{-0.1}$$

برای مقایسه دوم هم در حقیقت می خواهیم  $\sqrt[3]{4}$  و  $\sqrt[4]{3}$  را مقایسه کنیم که واضح است  $\sqrt[3]{4}$  بزرگ تر است؛ زیرا:

$$\sqrt[4]{3} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{4}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس های ۱ و ۲)



- هرگاه  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم  $A$  می نامیم و آن را با نماد  $A'$  نشان می دهیم. به عبارت دیگر  $A'$  شامل عضوایی از  $U$  است که در  $A$  نیستند.



با توجه به اینکه مجموعه مرجع  $R$  است، ابتدا  $B'$  را به دست می آوریم:

$$B' = R - B = (-\infty, \infty) - (-\infty, 4) = [4, +\infty)$$

$$A - B' = [0, 6) - [4, +\infty) = [0, 4)$$

حال حاصل  $A - B'$  را به دست می آوریم:



می دانیم عبارت  $A - B'$  معادل  $A \cap B$  است، پس کافی است حاصل  $A \cap B$  را به دست آوریم:

$$A \cap B = [0, 6) \cap (-\infty, 4) = [0, 4)$$

۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۱)



- معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای یک ریشه مضاعف است، اگر و فقط اگر مقدار  $\Delta = b^2 - 4ac$  برابر صفر باشد.

- اگر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای یک ریشه مضاعف باشد، آن ریشه مضاعف برابر  $-\frac{b}{2a}$  است.



با توجه به ریشه مضاعف، می توان فهمید دلتای معادله برابر صفر بوده و معادله دارای ریشه مضاعف است، پس می توان نوشت:

$$(\sqrt{b})^2 - 4(a)(3) = 0 \Rightarrow b - 12a = 0 \Rightarrow b = 12a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{12}$$

۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳)



- جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$ ، به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است.

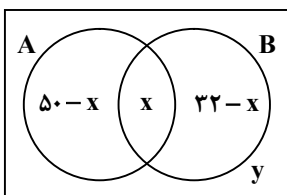


با توجه به جمله عمومی دنباله  $t_n$ ، اختلاف جملات دنباله  $t_n = 4n + b$  برابر ۴ است و اختلاف جملات دنباله  $c_n$ ، نصف آن یعنی ۲ است:

در نتیجه دنباله  $c_n$  را می توان به صورت  $c_n = 2n - 3$  نوشت. حال مقدار  $c_5$  برابر است با:

$$c_5 = 2(5) - 3 = 10 - 3 = 7$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)



اگر مجموعه افرادی که در قسمت بازاریابی هستند را با  $A$  و مجموعه افرادی که پای دستگاهها مشغول اند را با  $B$  و افراد مشترک مجموعه های  $A$  و  $B$  را  $x$  و افراد خارج از این دو مجموعه را با  $y$  نمایش دهیم، نمودار ون مقابل را می توان با توجه به اطلاعات مسئله رسم کرد:

مجموع کل کارمندان برابر ۱۲۰ است، پس:

$$(50-x) + x + (32-x) + y = 120 \Rightarrow 50 + 32 - x + y = 120 \Rightarrow y - x = 120 - 82 \Rightarrow y - x = 38$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر ۳۸ نفر است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳ و فصل ۳، درس ۴)



- برای اعداد دلخواه  $a$  و  $b$ ، «اتحاد مجموع مکعبات» به صورت زیر برقرار است:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

- برای زاویه دلخواه  $\alpha$ ، داریم:

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad (\cos\alpha\neq 0)$$


صورت کسر را ابتدا به کمک اتحاد تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{1+\tan^3x}{1+\tan x}=\frac{(1+\tan x)(1-\tan x+\tan^2x)}{1+\tan x}=1-\tan x+\tan^2x=\frac{1}{\cos^2x}-\tan x=\frac{1}{\cos^2x}-\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{1-\sin x\cos x}{\cos^2x}$$

دقت داریم که چون تمام گزینه‌ها برحسب  $\sin x$  و  $\cos x$  است، پس در انتها عبارات را برحسب  $\sin x$  و  $\cos x$  ساده کردیم.

۱۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴ و فصل ۴، درس ۱)

- اگر  $a, b, c$ ، ۳ جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه  $b^2=ac$  است. (ب را واسطه هندسی  $a$  و  $c$  می‌نامیم).- اگر علامت  $\Delta=b^2-4ac$  در معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  مثبت باشد، دو ریشه حقیقی این معادله برابر است با:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$



مطابق رابطه می‌توان نوشت:

$$(x-1)(4x+1)=(x+1)^2 \Rightarrow 4x^2+x-4x-1=x^2+2x+1 \Rightarrow 4x^2-3x-1=x^2+2x+1 \Rightarrow 3x^2-5x-2=0$$

به کمک  $\Delta$  معادله درجه دوم به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$\Delta=(-5)^2-4(3)(-2)=25+24=49$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{49}}{2\times 3} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5+7}{6}=\frac{12}{6}=2 \\ \text{یا} \\ x=\frac{5-7}{6}=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

با توجه به اینکه طبق فرض سؤال، جملات مثبت هستند، پس مقدار  $x=-\frac{1}{3}$  غیر قابل قبول است. (زیرا سه جمله متوالی این دنبالهبه صورت  $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}$  درمی‌آید) و مقدار  $x=2$  قابل قبول است که این سه جمله به‌زای  $x=2$  به صورت ۱، ۳، ۹ است. بنابراین

حاصل جمع این سه جمله برابر است با:

$$1+3+9=13$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

- جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$ ، به صورت  $t_n=t_1+(n-1)d$  است.دنباله حسابی حاصل را  $a_n$  می‌نامیم:

$$a_n: \begin{array}{c} \bigcirc \\ \downarrow \\ a_1 \end{array}, \begin{array}{c} \bigcirc \\ \downarrow \\ a_2 \end{array}, \begin{array}{c} \textcircled{6} \\ \downarrow \\ a_3 \end{array}, \begin{array}{c} \bigcirc \\ \downarrow \\ a_4 \end{array}, \begin{array}{c} \bigcirc \\ \downarrow \\ a_5 \end{array}$$

با توجه به رابطه جمله عمومی، مجموع چهار جمله دیگر برابر است با:

$$a_1+a_2+a_4+a_5=a_1+(a_1+d)+(a_1+3d)+(a_1+4d)=4a_1+8d \stackrel{\text{فاکتورگیری از 4}}{=} 4(a_1+2d)=4\times a_3=4\times 6=24$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۱)

خوبه اینو بدونی



- درباره ریشه های  $n$ ام ( $n \in \mathbb{N}$ ) عددی مانند  $a$ ، می توان گفت:

$a \geq 0$	$n$ زوج باشد.	$\sqrt[n]{a}$ , $-\sqrt[n]{a}$ ریشه $n$ ام $a$
	$n$ فرد باشد.	$\sqrt[n]{a}$ ریشه $n$ ام $a$
$a < 0$	$n$ زوج باشد.	ریشه ندارد.
	$n$ فرد باشد.	$\sqrt[n]{a}$ ریشه $n$ ام $a$

جوابش اینه



ریشه های چهارم عدد ۳ عبارت اند از:  $\sqrt[4]{3}, -\sqrt[4]{3}$

کافی است گزینه ها را بررسی کنیم:

$$1 \text{ گزینه: } (x - \sqrt[4]{3})^2 = 0 \Rightarrow x - \sqrt[4]{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt[4]{3} \quad \times$$

$$2 \text{ گزینه: } x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \quad \times$$

$$3 \text{ گزینه: } x^2 - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^2 = \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{3} \quad \checkmark$$

$$4 \text{ گزینه: } (x - \sqrt{3})^2 = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3} \quad \times$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

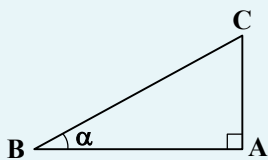
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳ و فصل ۲، درس ۱)

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

خوبه اینو بدونی



- مثلث قائم الزاویه ای که یکی از زوایای حاده آن  $\alpha$  باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی سینوس زاویه  $\alpha$  به صورت زیر تعریف می شود:



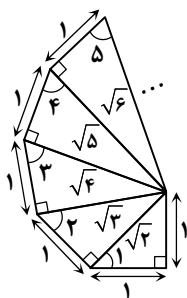
$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

جوابش اینه



با توجه به شکل، به کمک رابطه فیثاغورس می توان وتر در هر مثلث را به صورت مقابل به دست آورد. از طرفی با توجه به رابطه  $\sin$  یک زاویه در مثلث قائم الزاویه، مقدار  $\sin$  زوایا را به دست می آوریم:

$$\sin \hat{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin \hat{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \quad \sin \hat{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$$



با ادامه این روند می توان فهمید مقادیر سینوس این زوایا یک دنباله با جمله عمومی  $\sin \hat{n} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$  است. پس برای زاویه شماره ۱۵ داریم:

$$\sin \hat{15} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲



هرگاه  $a > 0$ ، برای هر دو عدد طبیعی  $m$  و  $n$ ، توان کسری و غیر صحیح  $\frac{m}{n}$  را برای  $a$  چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

ضرب ریشه  $n$ ام دو عدد با ریشه  $n$ ام ضرب آن‌ها برابر است:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{ab} & a, b \geq 0 \text{ و } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{ab} & a, b \text{ دلخواه و } n \text{ یک عدد طبیعی فرد} \end{cases}$$



با توجه به رابطه تبدیل رادیکال به توان‌های گویا و بالعکس، صورت و مخرج را جداگانه بررسی و ساده می‌کنیم. در صورت کسر با در نظر

$$3^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} = \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

گرفتن دو عبارت  $3^{\frac{1}{2}}$  و  $\sqrt{12}$  می‌توان نوشت:

$$6 \times \sqrt[4]{6^3} = 6 \times 6^{\frac{3}{4}} = 6^{1+\frac{3}{4}} = 6^{\frac{7}{4}} = 6^{\frac{7}{4}}$$

حال ساده‌شده صورت کسر به صورت زیر است:

در مخرج کسر با در نظر گرفتن دو عبارت  $\sqrt[3]{16}$  و  $\sqrt[3]{54}$  می‌توان نوشت:

$$\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{16 \times 54} = \sqrt[3]{864} = \sqrt[3]{4 \times 54} = \sqrt[3]{216} = 6$$

$$6 \times 6^{\frac{7}{4}} = 6^{1+\frac{7}{4}} = 6^{\frac{11}{4}}$$

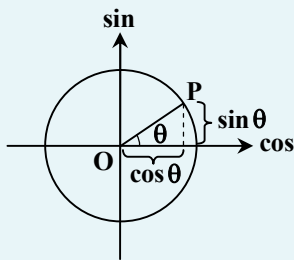
ساده‌شده مخرج کسر به صورت زیر است:

$$\frac{6^{\frac{11}{4}}}{6^{\frac{5}{4}}} = 6^{\frac{11-5}{4}} = 6^{\frac{6}{4}} = 6^{\frac{3}{2}} = \frac{6^3}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{216}{\sqrt{6}} = \frac{216 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{216 \times \sqrt{6}}{6} = 36 \sqrt{6}$$

بنابراین ساده‌شده کل کسر برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

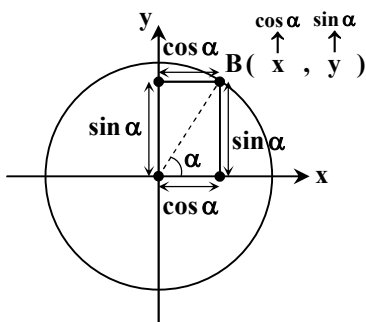
۱۷- پاسخ: گزینه ۱



در دایره مثلثاتی، محور طول‌ها را «محور کسینوس‌ها» و محور عرض‌ها را «محور سینوس‌ها» می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی باشد که نیم‌خط OP با جهت مثبت محور x زاویه  $\theta$  می‌سازد، آنگاه P نقطه‌ای با مختصات  $(x, y)$  است که در آن  $x = \cos \theta$  و  $y = \sin \theta$



به شکل مقابل دقت کنید:



با توجه به فرض سؤال مساحت مستطیل ABCD برابر  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$  شده است، یعنی حاصل ضرب طول در عرض آن:

$$S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \Rightarrow \sin \alpha \times \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9} \quad (1)$$

حال حاصل  $(x+y)^2$  را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \underbrace{\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha}_1 = 1 + 2 \sin \alpha \times \cos \alpha \xrightarrow{(1)} 1 + 2 \times \frac{2\sqrt{2}}{9} = 1 + \frac{4\sqrt{2}}{9} \\ &= \frac{9 + 4\sqrt{2}}{9} \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۱)**



- معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی متمایز است، اگر و فقط اگر علامت  $\Delta = b^2 - 4ac$  مثبت باشد.
- معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، دارای یک ریشه مضاعف است، اگر و فقط اگر مقدار  $\Delta = b^2 - 4ac$  برابر صفر باشد.
- اگر علامت  $\Delta = b^2 - 4ac$  در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، مثبت باشد، دو ریشه حقیقی این معادله برابر است با:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



ابتدا مقدار  $\Delta$  را در هر دو حالت بررسی می کنیم:

(در این حالت ۲ ریشه متمایز داریم)  $\Delta = b^2 - 4(1)(c) = b^2 - 4c$  : حالت اولیه

$\Delta = b^2 - 4(1)(c+1) = b^2 - 4c - 4$  : اضافه شدن ۱ واحد به c

در این حالت  $\Delta$  برابر صفر است، یعنی:

$$b^2 - 4c - 4 = 0 \Rightarrow b^2 - 4c = 4$$

در حقیقت مقدار  $\Delta$  در معادله اولیه برابر ۴ است و ریشه های آن برابر است با:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{4}}{2} = \frac{-b + 2}{2} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{4}}{2} = \frac{-b - 2}{2} \end{cases}$$

اختلاف این دو ریشه برابر است با:

$$\frac{-b+2}{2} - \frac{-b-2}{2} = \frac{-b+2+b+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳ و فصل ۳، درس ۴)**



- برای دو عدد دلخواه a و b «اتحاد مزدوج» به صورت زیر برقرار است:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



ابتدا چند جمله اول و جمله آخری را که می خواهیم جمع کنیم را می نویسیم:

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}, t_2 = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, t_3 = \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}, \dots, t_{15} = \frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{15}}$$

اگر تک تک جملات را گویا کنیم، خواهیم داشت:

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1, \quad t_2 = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$t_3 = \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3} = \sqrt{4}-\sqrt{3}, \quad \dots, \quad t_{15} = \frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{16}-\sqrt{15}}{\sqrt{16}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{16}-\sqrt{15}}{16-15} = \sqrt{16}-\sqrt{15}$$

حاصل جمع این جملات برابر است با:

$$t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{15} = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + (\sqrt{5}-\sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{15}-\sqrt{14}) + (\sqrt{16}-\sqrt{15})$$

اگر دقت کنید به جز ۱- پرانتز اول و  $\sqrt{16} = 4$  پرانتز آخر، سایر رادیکال‌ها با هم ساده می‌شوند؛ بنابراین حاصل عبارت برابر  $3 + (-1) = 2$  است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* ریاضی ۱ (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۲)

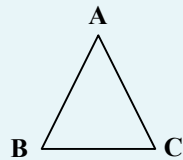
۲۰- پاسخ: گزینه ۳



- شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر  $\alpha$  زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آنگاه:

$$\tan \alpha = \text{شیب خط}$$

- در مثلث ABC، مساحت مثلث ABC از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \hat{A}$$

- اگر  $\alpha$  زاویه دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

در رابطه فوق، علامت نسبت مثلثاتی زاویه  $\alpha$  با توجه به ناحیه‌ای که زاویه  $\alpha$  در آن قرار دارد، تعیین می‌شود.

- برای زاویه دلخواه  $\alpha$ ، داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$



ابتدا از اینکه زاویه خط  $y - \frac{1}{2}x = 2$  با جهت مثبت محور طول‌ها برابر  $\alpha$  است، می‌توان فهمید که  $\tan \alpha$  برابر شیب خط یعنی  $\frac{1}{2}$  است.

(شیب خط  $y = \frac{1}{2}x + 2$  برابر  $\frac{1}{2}$  است.) برای به دست آوردن مساحت مثلث داده شده، طبق رابطه مساحت به  $\sin \alpha$  نیاز داریم. از طریق

$\tan \alpha$  مقدار  $\sin \alpha$  را با دو راه حل به دست می‌آوریم:

اگر  $\tan \alpha$  برابر با  $\frac{1}{2}$  باشد، پس  $\cot \alpha$  برابر ۲ است، بنابراین:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + (2)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

به دلیل اینکه زاویه  $\alpha$  حاده است، فقط مقدار  $+\frac{\sqrt{5}}{5}$  قابل قبول است. حال با داشتن  $\sin \alpha$  مقدار مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{5} = 20$$

اینجوری هم میشه



ابتدا به کمک  $\tan \alpha$  مقدار  $\cos \alpha$  را به دست می آوریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

حال مقدار  $\sin \alpha$  را به کمک  $\cos \alpha$  به دست می آوریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

ادامه راه حل مشابه است.

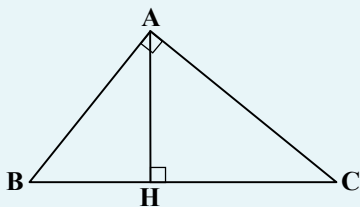
▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

خوبه اینو بدونی



- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه ها را روابط طولی می نامیم؛ زیرا با اندازه های اضلاع سروکار دارند:

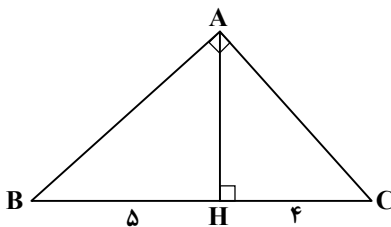


- ۱)  $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۲)  $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۳)  $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۴)  $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵)  $AH \times BC = AB \times AC$

جوابش اینه



با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:



$$\begin{aligned} AH^2 &= CH \cdot BH \Rightarrow AH^2 = 4 \times 5 \Rightarrow AH = 2\sqrt{5} \\ AB^2 &= BH \cdot BC \Rightarrow AB^2 = 5 \times 9 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5} \\ AB - AH &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

خوبه اینو بدونی



- سه عدد  $a$ ،  $b$  و  $c$  می توانند اضلاع یک مثلث باشند، هرگاه سه رابطه زیر برقرار باشد.

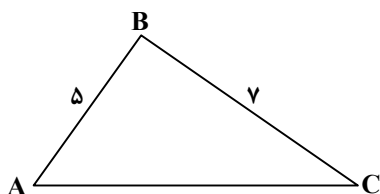
$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$

- در مثلث هر ضلع از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ تر و از مجموع آن ها کوچک تر است.

جوابش اینه



بنا به نامساوی مثلثی، داریم:



$$7 - 5 < AC < 7 + 5 \Rightarrow 2 < AC < 12$$

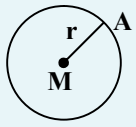
از طرفی  $AC$  بزرگ ترین ضلع مثلث است، در نتیجه  $AC > 7$ ؛ بنابراین  $7 < AC < 12$  می باشد که مقادیر صحیح آن عبارتند از:

$$AC = 8, 9, 10, 11$$

بنابراین چهار مقدار صحیح برای  $AC$  وجود دارد.

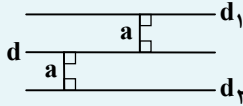
۲۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)



$$AM = r$$

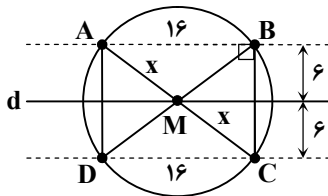
– نقاطی از صفحه که به فاصله  $r$  از نقطه  $M$  قرار دارند، دایره‌ای به مرکز  $M$  و شعاع  $r$  تشکیل می‌دهند.



– تمام نقاطی که از خط  $d$  به فاصله مشخص  $a$  قرار دارند، دو خط موازی  $d$  و در طرفین آن به فاصله  $a$  از خط  $d$  تشکیل می‌دهند.



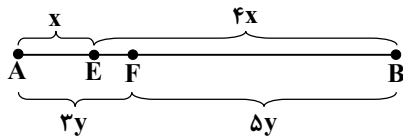
با توجه به نکات بالا، دایره‌ای به مرکز  $M$  و شعاع  $x$  و دو خط موازی  $d$  در طرفین آن و به فاصله  $6$  از  $d$  رسم می‌کنیم، محل برخورد دایره و دو خط موازی رأس‌های مستطیل  $ABCD$  هستند و در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow (2x)^2 = 12^2 + 12^2 \Rightarrow 4x^2 = 256 + 144 \\ \Rightarrow 4x^2 = 400 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۲۴- پاسخ: گزینه ۲



نقطه  $E$  پاره‌خط  $AB$  را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم می‌کند، یعنی:

$$AE = x, EB = 4x$$

و نقطه  $F$  پاره‌خط  $AB$  را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، در نتیجه:

$$AF = 3y, FB = 5y$$

$$AB = 5x = 8y \Rightarrow x = \frac{8}{5}y$$

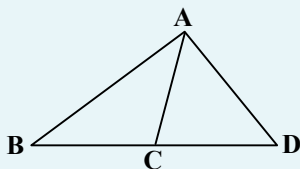
بنابراین داریم:

$$EF = 3y - x = 3y - \frac{8}{5}y = \frac{7}{5}y$$

$$EF = 7 \Rightarrow \frac{7}{5}y = 7 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow AB = 8y = 8 \times 5 = 40$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۲۵- پاسخ: گزینه ۱



اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن‌ها است.

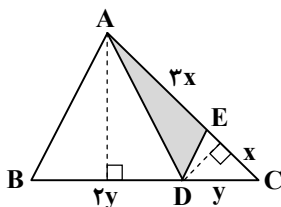
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ACD} = \frac{BC}{CD}$$

با فرض  $EC = x$ ، داریم:

$$AE = 2EC \Rightarrow AE = 2x$$

همچنین با فرض  $DC = y$ ، داریم:

$$BD = 2DC \Rightarrow BD = 2y$$





مثلث‌های ADC و ABC دارای ارتفاع یکسان هستند، پس:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{DC} = \frac{3y}{y} = 3 \xrightarrow{S_{ABC}=60} \frac{60}{S_{ADC}} = 3 \Rightarrow S_{ADC} = 20$$

مثلث‌های ADC و ADE نیز دارای ارتفاع یکسان هستند، پس:

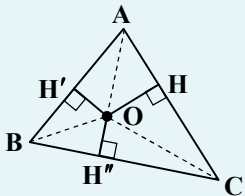
$$\frac{S_{ADE}}{S_{ADC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{ADE} = 15$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)



- در هر مثلث، سه نیمساز داخلی در یک نقطه هم‌رس هستند. نقطه هم‌رسی سه نیمساز داخلی همواره داخل مثلث قرار دارد و از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

$$OH = OH' = OH''$$

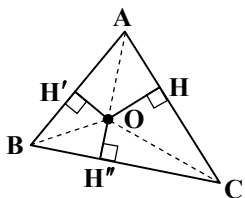


طبق نکته، نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، پس:

$$OH = OH' = OH'' = h$$

حال طبق فرض، مجموع فاصله‌های نقطه O تا سه ضلع برابر ۱۵ است، پس:

$$OH + OH' + OH'' = 15 \Rightarrow 3h = 15 \Rightarrow h = 5$$



مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC} = \frac{1}{2} OH' \cdot AB + \frac{1}{2} OH \cdot AC + \frac{1}{2} OH'' \cdot BC$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} h (AB + AC + BC) = \frac{1}{2} \times 5 \times 17 = \frac{85}{2} = 42.5$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)



- هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.
- هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره‌خط باشد از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.



با توجه به نکات و شکل، داریم:

$$MK = MH = 8, PM = NP = 10$$

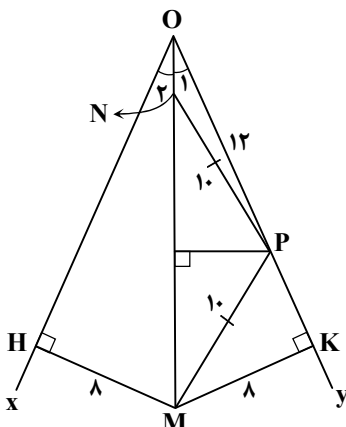
$$PK = \sqrt{MP^2 - MK^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$OK = OP + PK = 12 + 6 = 18$$

مثلث‌های OMH و OMK همنهشت هستند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OM = OM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وترویک زاویه حاده}} \triangle OMH \cong \triangle OMK \Rightarrow OH = OK$$

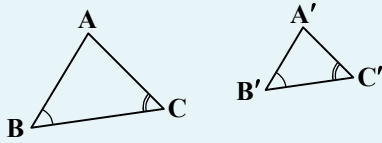
$$\Rightarrow OH = 18$$





- هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$



مثلث ABC در رأس A قائمه است؛ زیرا بین اضلاع آن رابطه فیثاغورس برقرار است.

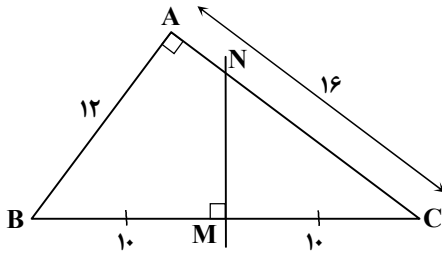
$$12^2 + 16^2 = 20^2 \Rightarrow 144 + 256 = 400$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

با توجه به شکل، مثلث‌های ABC و MNC متشابه هستند؛ زیرا:

$$\hat{C} = \hat{C}, \hat{M} = \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \triangle MNC \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{MC}{AC} = \frac{MN}{AB} \Rightarrow \frac{10}{16} = \frac{MN}{12} \Rightarrow MN = \frac{120}{16} = \frac{15}{2} = 7.5$$



- در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر با هم برابر است.



با توجه به اینکه نمی‌دانیم اضلاع x و y نسبت به اندازه دو ضلع دیگر مثلث کوچک‌تر هستند یا بزرگ‌تر، حالات زیر را برای ترتیب اضلاع این دو مثلث در نظر می‌گیریم.

اگر x کوچک‌ترین ضلع باشد، داریم:

$$\left. \begin{matrix} x < 4 < 5 \\ y < 7 < 8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{7} = \frac{5}{8} \text{ : غیرممکن}$$

$$\left. \begin{matrix} x < 4 < 5 \\ 7 < y < 8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{7} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{35}{8} = 4.375$$

$$\left. \begin{matrix} x < 4 < 5 \\ 7 < 8 < y \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{8} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{28}{7} = 4$$

پس کمترین مقدار x برابر  $\frac{28}{8}$  است.

حالا x را بزرگ‌ترین ضلع در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{matrix} 4 < 5 < x \\ y < 7 < 8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{5}{7} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{40}{7}$$

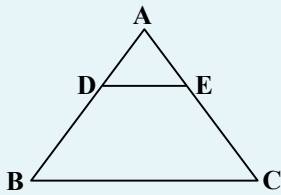
$$\left. \begin{matrix} 4 < 5 < x \\ 7 < y < 8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{5}{y} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{32}{7}$$

$$\left. \begin{matrix} 4 < 5 < x \\ 7 < 8 < y \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{5}{8} = \frac{x}{y} \text{ : غیرممکن}$$

پس بیشترین مقدار x برابر  $\frac{40}{7}$  است.

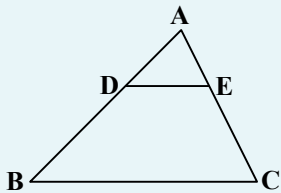
خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{28}{8} \times \frac{40}{7} = 20$$



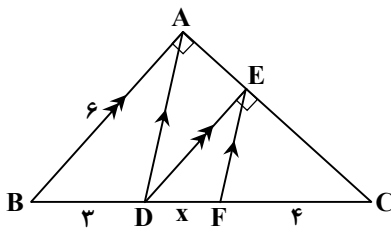
- (قضیه تالس): هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع، چهار پاره خط جدا می کند که اندازه های آن ها تشکیل یک تناسب را می دهند. به طور خلاصه هرگاه مانند شکل روبه رو داشته باشیم  $DE \parallel BC$ ، آنگاه:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



- (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می آید که اندازه ضلع های آن با اندازه ضلع های مثلث اصلی متناسب اند؛ مثلاً در شکل روبه رو داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



با استفاده از قضیه تالس در مثلث های ABC و ADC، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC : DE \parallel AB \Rightarrow \frac{CD}{DB} = \frac{CE}{EA} \\ \triangle ADC : EF \parallel AD \Rightarrow \frac{CF}{FD} = \frac{CE}{EA} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CD}{DB} = \frac{CF}{FD} \Rightarrow \frac{4+x}{3} = \frac{4}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = 12 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$$

و با استفاده از تعمیم قضیه تالس می توان نوشت:

$$\frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{DE}{6} \Rightarrow DE = 4$$

و در مثلث DEC از رابطه فیثاغورس استفاده می کنیم:

$$DC^2 = DE^2 + CE^2 \Rightarrow 6^2 = 4^2 + CE^2 \Rightarrow 36 = 16 + CE^2 \Rightarrow CE^2 = 20 \Rightarrow CE = 2\sqrt{5}$$

## فیزیک



عبارت های «ب» و «پ» درست بیان شده اند.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت «الف»: فشار جزء کمیت های اصلی محسوب نمی شود.

عبارت «ت»: مسافت کمیت نرده ای اما جابه جایی کمیت برداری است و این موضوع ارتباطی به یکسان بودن یکای آن ها ندارد.



در مدل سازی پدیده های فیزیکی، پدیده را آن قدر ساده و آرمانی می کنیم تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود. توجه کنید هنگام مدل سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی را نادیده گرفت نه اثرهای مهم و تعیین کننده را.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲



ابتدا نتایجی که با بقیه اعداد فاصله زیادی دارند، حذف می‌شوند. در این مجموعه اعداد ۰/۱ و ۷/۵ باید از محاسبه میانگین کنار گذاشته شوند؛ بنابراین داریم:

$$\text{میانگین اندازه گیری} = \frac{2/7 + 2/9 + 3/2 + 3/6}{4} = \frac{12/4}{4} = 3/1 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲



$$3/602 \times 10^7 \mu\text{g} = 3/602 \times 10^7 \times 10^{-6} \text{ g} = 36/02 \text{ g}$$

گزینه ۲ صحیح است.



گزینه ۱: نمادگذاری علمی حاصل ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ است و در کنار آن یکای کمیت نوشته می‌شود.

$$\text{گزینه ۳: } 3/602 \text{ mg} = 3/602 \times 10^{-3} \text{ g} = 36/02 \times 10^{-4} \text{ g}$$

$$\text{گزینه ۴: } 3/602 \times 10^{-3} \text{ dg} = 3/602 \times 10^{-3} \times 10^{-1} = 36/02 \times 10^{-5} \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۱



برای حل این سؤال از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 3600 \frac{\text{mg.s}}{\text{cm}^2} &= 3600 \frac{\text{mg.s}}{\text{cm}^2} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}}\right)^2 \times \left(\frac{1 \text{ m}}{10 \text{ dm}}\right)^2 \\ &= \frac{3600 \times 10^4}{10^6 \times 60 \times 10^2} \frac{\text{kg.min}}{\text{dm}^2} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{kg.min}}{\text{dm}^2} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۶- پاسخ: گزینه ۱



گزارش اندازه‌گیری طول، ۴۶ cm است؛ یعنی دقت آن ۱ cm یا ۱۰ mm است. همچنین گزارش اندازه‌گیری جرم، ۲۵۲ g است؛ یعنی دقت آن ۱ g یا ۱۰<sup>-۳</sup> kg است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا حجم واقعی ۴ kg فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{4000 \text{ g}}{10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 400 \text{ cm}^3$$

از طرفی حجم ظاهری (حجم قابل مشاهده) کره فلزی با شعاع ۵ cm برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم حفره داخلی این کره ۱۰۰ cm<sup>۳</sup> = ۵۰۰ - ۴۰۰ است که اگر نسبت به حجم کره مقایسه شود، ۲۰ درصد می‌شود:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲



از اطلاعات اولیه سؤال متوجه می‌شویم جرم مایع با چگالی  $\rho_1$  برابر با  $440\text{ g} = 640 - 200$  است و به کمک رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  حجم مایع (که همان حجم لیوان است) به دست می‌آید:

$$V = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{440\text{ g}}{2/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 200\text{ cm}^3$$

وقتی که مایع دوم را در ظرف می‌ریزیم، جرم مایع  $300\text{ g} = 500 - 200$  می‌شود؛ خواهیم داشت:

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{300\text{ g}}{200\text{ cm}^3} = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۴



شفق‌های قطبی، آتش، آذرخش و خورشید نمونه‌هایی از ماده در حالت پلاسما هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳



فشار در نقطه‌های A و B از رابطه  $P = P_{\text{مایع}} + P_0$  محاسبه می‌شود:

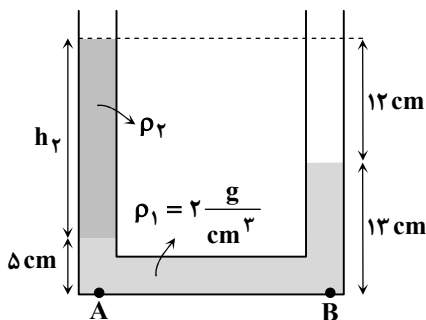
$$\begin{cases} P_A = \Delta P_0 = P_0 + (\rho gh)_A \Rightarrow (\rho gh)_A = 4P_0 \\ P_B = 7P_0 = P_0 + (\rho gh)_B \Rightarrow (\rho gh)_B = 6P_0 \end{cases}$$

حال از نسبت این دو رابطه استفاده می‌کنیم:

$$\frac{(\rho gh)_B}{(\rho gh)_A} = \frac{6P_0}{4P_0} \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = \frac{3}{2} \Rightarrow h_B = \frac{3}{2} h_A = \frac{3}{2} \times 40 = 60\text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

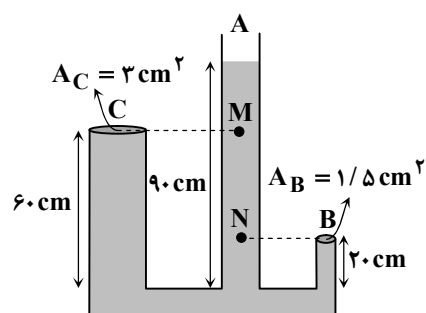


فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B با هم برابر است:

$$\begin{aligned} P_A &= P_B \\ \Rightarrow \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + P_0 &= \rho_1 gh'_1 + P_0 \\ \xrightarrow{h_2=12+13-5=20\text{ cm}} 2 \times 5 + \rho_2 (20) &= 2 \times 13 \Rightarrow \rho_2 = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۲- پاسخ: گزینه ۲



نیروی وارد بر هریک از درپوش‌ها از رابطه  $F = PA$  محاسبه می‌شود. در زیر

درپوش B، فشار مایع با ارتفاع  $90 - 20 = 70\text{ cm}$  لحاظ می‌شود و در زیر درپوش C،

فشار مایع با ارتفاع  $90 - 60 = 30\text{ cm}$  محاسبه می‌شود:

$$h_B = 90 - 20 = 70\text{ cm}$$

$$h_C = 90 - 60 = 30\text{ cm}$$



فشار مایع در نقاط هم تراز B و N با هم و در نقاط هم تراز C و M نیز با هم برابر است:

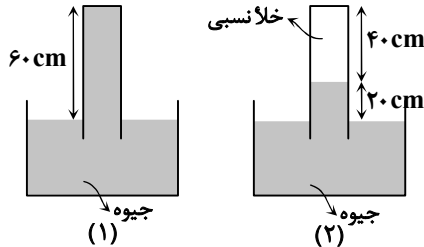
$$\frac{F_B}{F_C} = \frac{P_B A_B}{P_C A_C} = \frac{\rho g h_B \times A_B}{\rho g h_C \times A_C} = \frac{70 \times 1 / 5}{30 \times 3} = \frac{7}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۳- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۳ صحیح است.



$$P_0 \geq 60 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_0 \geq \rho g h \Rightarrow P_0 \geq 13600 \times 10 \times 0.6 \Rightarrow P_0 \geq 81600 \text{ Pa}$$



گزینه ۱: فشار هوا در دامنه کوه بزرگ تر یا مساوی ۶۰ cmHg است؛ یعنی با قطعیت نمی توان گفت فشار ۶۰ cmHg است؛ چراکه ممکن است بیشتر از این مقدار باشد.

گزینه ۲: با توجه به آزمایش توریچلی در شکل (۲)، فشار هوا در بالای کوه ۲۰ cmHg است.

گزینه ۴: فشار هوا در ارتفاعات کمتر از دامنه کوه است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۴- پاسخ: گزینه ۲



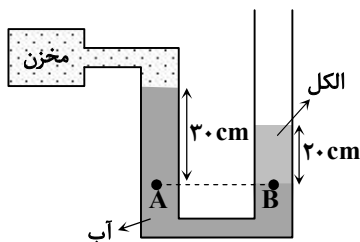
فشار پیمانه‌ای از رابطه  $P_0 - P_{\text{گاز}} = P_{\text{پیمانه‌ای}}$  محاسبه می‌شود:

$$h = 10 - 4 = 6 \text{ cm}$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho g h = 1800 \times 10 \times 0.06 = 1080 \text{ Pa}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۵- پاسخ: گزینه ۱



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{الکل}} g h_{\text{الکل}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_0 + 800 \times 10 \times 0.2 - 1000 \times 10 \times 0.3 = P_0 + 1600 - 3000$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_0 - 1400 \text{ Pa}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

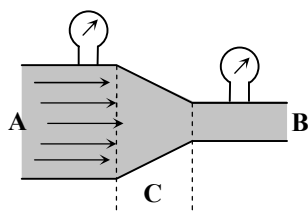


آهنگ شارش حجمی از رابطه  $\frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} = \frac{A h}{t} = A v$  محاسبه می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$A v = 20 \text{ cm}^2 \times 30 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 600 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 0.6 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: استدلال \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳



طبق معادله پیوستگی، تندی آب در قسمت باریک تر لوله بیشتر از قسمت پهن تر آن است و همچنین طبق اصل برنولی، فشار در بخش باریک تر لوله که تندی بیشتری دارد، کمتر است؛ اما آهنگ شارش حجمی شاره در تمام قسمت‌های لوله ثابت است.

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

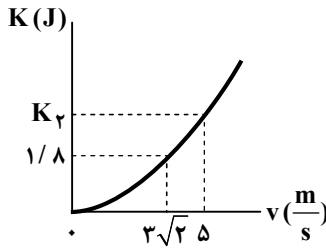


ابتدا جرم  $m$  را به دست می آوریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 1/8 = \frac{1}{2}m \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow m = 0/2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

اکنون انرژی جنبشی  $K_2$  را محاسبه می کنیم:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 0/2 \times 5^2 = 2/5 \text{ J}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳



$$F_{\text{برایند}} = F_1 \cos 30^\circ + F_2 - f_k = 100 \times 0/87 + 40 - 27 = 100 \text{ N}$$

$$W_{\text{برایند}} = F_{\text{برایند}} \times d = 100 \times 10 = 1000 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴



از قضیه کار- انرژی جنبشی استفاده می کنیم:

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 8 \times (5^2 - 3^2) = 64 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲



می دانیم کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است:

$$W = -\Delta U \Rightarrow -400 = -(250 - U_1) \Rightarrow U_1 = -400 + 250 = -150 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴



مطابق قانون بایستگی انرژی مکانیکی،  $E = U + K$  و در لحظه موردنظر  $K = 3U$  است. پس می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم؛ یعنی  $U_1 = 0$  است:

$$K_1 = 3U_2 + U_2 = 4U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = 4mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 20^2 = 4 \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 5 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۲



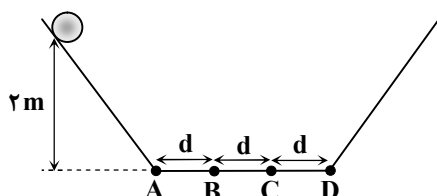
ابتدا انرژی مکانیکی اولیه جسم را محاسبه می کنیم:

$$E_1 = K_1 + U_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0/5 \times 10 \times 2 + 0 = 10 \text{ J}$$

هنگام عبور جسم برای اولین بار از مسیر افقی، ۶ J انرژی تلف شده و هنگام برگشت فقط ۴ J انرژی مکانیکی باقی می ماند. با توجه به اینکه مسیر به ۳ قسمت

مساوی تقسیم بندی شده، به ازای هر قسمت،  $\frac{6}{3} = 2 \text{ J}$  انرژی مکانیکی تلف

می شود. پس جسم در هنگام برگشت در نقطه B متوقف می شود.



۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)



هنگام رهایی جسم از بالن تندی آن همان تندی بالن یعنی  $\frac{m}{s}$  است؛ بنابراین کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W_f = E_f - E_1 \Rightarrow W_f = (U_f + K_f) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = (0 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2) - (1 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2)$$

$$\Rightarrow W_f = 8 - (218) \Rightarrow W_f = -210 \text{ J} \Rightarrow |W_f| = 210 \text{ J}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۱ (فصل ۳)



ابتدا بازده ۹۰ درصد را به توان ورودی اعمال می‌کنیم تا توان خروجی به دست آید:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{4000} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 3600 \text{ W}$$

از رابطه  $P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$  می‌توانیم زمان بالا بردن را به دست آوریم:

$$m = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} \Rightarrow m = 1000 \times 4 = 4000 \text{ kg}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow 3600 = \frac{4000 \times 10 \times 1 / 8}{t} \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

## شیمی



۵۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطه: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



برای مقایسه تعداد اتم، مقایسه تعداد مول کافی است.

$$? \text{ mol H} : 1/6 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{10 \text{ mol H}}{8 \text{ mol C}} = \frac{1}{6} \text{ mol H} \approx 0/17 \text{ mol H}$$

گزینه ۱:

$$1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3 = (7 + 4 \times 1 + 7 + 3 \times 8) = 42 \text{ mole}^-$$

گزینه ۲:

جمع اعداد اتمی

$$? \text{ mol H} : 8/4 \text{ mole}^- \times \frac{4 \text{ mol H}}{42 \text{ mole}^-} = 0/8 \text{ mol H}$$

$$? \text{ mol H} : 0/2 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 0/6 \text{ mol H}$$

گزینه ۳:

$$? \text{ mol H} : 12 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 2/4 \text{ mol H}$$

گزینه ۴:

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطه: دانش \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱



گزینه ۱: بسیاری از نمک‌های فلزی (مانند کلریدهای فلزهای گروه ۱) همانند فلز خالص آن‌ها در آزمون شعله رنگ‌های مشخص و پایدار تولید می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: همان‌طور که هر بارکد اطلاعات خاصی را نمایش می‌دهد و برای شناسایی یک محصول کاربرد دارد، طیف نشری خطی هر عنصر نیز الگوی منحصر به فردی از خطوط با طول موج‌های مشخص را ارائه می‌دهد.

گزینه ۳: هر عنصر دارای مجموعه منحصر به فردی از خطوط نشری با طول موج‌های خاص است که به دلیل ساختار الکترونی متفاوت اتم‌های آن عنصر است و مانند اثر انگشت برای شناسایی آن قابل استفاده است.

گزینه ۴: طیف‌سنجی یکی از ابزارهای کشف عناصر جدید یا شناسایی ترکیبات مجهول است. خطوط طیفی که با هیچ عنصر شناخته شده‌ای مطابقت ندارند، می‌توانند نشانه‌ای از وجود عنصر یا مواد جدید باشند.

۵۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



ابتدا بیرونی‌ترین زیرلایه اتم هریک از عناصر داده شده را مشخص می‌کنیم، سپس مجموع  $n+l$  را برای الکترون‌های آن اتم محاسبه و در انتها با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } {}_{27}\text{X} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^2 \quad (4+0) \times 2 = 8$$

$$\text{گزینه ۲: لایه ظرفیت: } 3s^2 3p^1 \quad (3+1) \times 1 = 4$$

$$\text{گزینه ۳: لایه ظرفیت: } 2s^2 2p^2 \quad (2+1) \times 2 = 6$$

$$\text{گزینه ۴: لایه ظرفیت (گروه ۴ و دوره ۴): } 3d^2 4s^2 \quad (4+0) \times 2 = 8$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



$$M_r S_n : 2M^{n+}, nS^{2-} \Rightarrow \text{تعداد } e^- \text{ مبادله شده} = 2n$$

$$M_r S_n : \text{جرم مولی } M_r S_n = 2x + 32n \quad \text{جرم مولی } M : \text{جرم مولی } M \text{ را برابر } x \text{ در نظر می‌گیریم}$$

$$\frac{2}{3} g M_r S_n \times \frac{1 \text{ mol } M_r S_n}{(2x + 32n) g M_r S_n} \times \frac{2n \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } M_r S_n} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 6/0.2 \times 10^{23} e^-$$

$$\frac{2/3}{2x + 32n} \times 2n = 0.1 \Rightarrow 46n = 2x + 32n \Rightarrow 14n = 2x \Rightarrow 7n = x \Rightarrow \frac{x}{n} = 7$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



گزینه ۴: انتقال الکترون به لایه بالاتر تغییری در تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها ایجاد نمی‌کند و بار الکتریکی اتم همچنان خنثی باقی می‌ماند.



گزینه ۱: فقط الکترون‌هایی که انرژی پرتوهای نور سفید با اختلاف انرژی بین لایه‌های آن‌ها برابر باشد به لایه‌های بالاتر منتقل می‌شوند.  
گزینه ۲: در این حالت، اتم برانگیخته می‌شود و اتم در حالت برانگیخته ناپایدارتر می‌شود و تمایل دارد با از دست دادن انرژی به حالت پایه برگردد.  
گزینه ۳: طول موج پرتوی ساطع شده بر اثر بازگشت الکترون به حالت پایه (که دارای طول موج معین است)، به اختلاف انرژی بین دو لایه مربوط است. هرچه اختلاف انرژی بین دو لایه بیشتر باشد، طول موج پرتوی ساطع شده کمتر است.

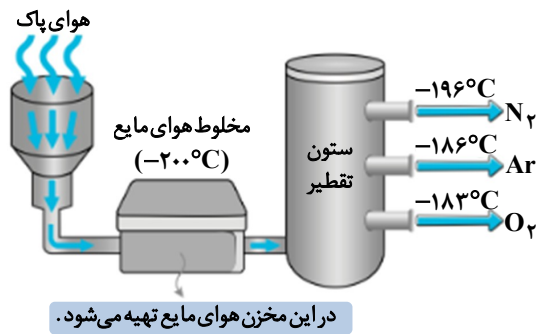
۶۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۱ (فصل ۲)



بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ حدود ۷۵٪ جرم هواکره در تروپوسفر (نزدیک‌ترین لایه به زمین) متمرکز شده است.

عبارت «دوم»: درست؛ این ستون‌ها با ایجاد اختلاف دما و فشار، امکان جداسازی دقیق گازها بر اساس نقطه جوششان را فراهم می‌کنند. یک نمونه از این ستون‌های تقطیر در شکل زیر آمده است:

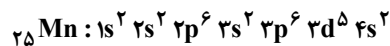
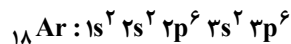
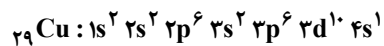
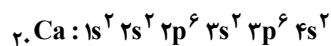


عبارت «سوم»: درست؛ شواهد و بررسی‌های دانشمندان از هوای به دام افتاده در یخچال‌های قطبی و سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که نسبت گازهای اصلی هواکره در این دوره زمانی نسبتاً ثابت مانده است.  
عبارت «چهارم»: درست؛ هواکره حاوی مقادیر قابل توجهی آرگون است که از طریق تقطیر هوای مایع، استخراج و خالص‌سازی می‌شود.  
عبارت «پنجم»: نادرست؛ علاوه بر این گازها، مقادیر کمی کربن دی‌اکسید، نئون، هلیوم، متان و بخار آب نیز در اتمسفر وجود دارند که هر کدام نقش‌های خاص خود را ایفا می‌کنند.

۶۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



آرایش الکترونی عنصرهای موردنظر به صورت زیر است:



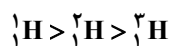
در آرایش الکترونی عنصرهای  ${}_{29}\text{Cu}$  و  ${}_{25}\text{Mn}$  به ترتیب زیرلایه‌های نیمه‌پر  $4s^1$  و  $3d^5$  وجود دارد. همچنین در آرایش الکترونی عنصرهای  ${}_{18}\text{Ar}$  و  ${}_{20}\text{Ca}$  همه زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون، به طور کامل از الکترون پر شده‌اند.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



فقط عبارت «چهارم» نادرست است و سه عبارت دیگر درست می‌باشند.  
عبارت «اول»: درست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت هستند. به دیگر سخن ایزوتوپ‌ها اتم‌های یک عنصرند که در شمار نوترون‌ها با یکدیگر تفاوت دارند، پس همه ایزوتوپ‌های هیدروژن، تعداد ذرات زیراتمی باردار ( $p, e$ ) یکسانی دارند. همگی دارای یک پروتون و یک الکترون هستند.

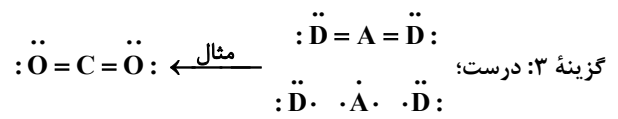
عبارت «دوم»: درست؛ به طور مثال با اینکه نسبت  $\frac{n}{p}$  در  ${}^1_1\text{H}$  از  ${}^4_1\text{H}$  بیشتر است، پایداری بیشتری هم دارد.



عبارت «سوم»: درست؛ مقایسه درصد فراوانی در  ${}^3_1\text{H}$  ایزوتوپ طبیعی هیدروژن:

عبارت «چهارم»: نادرست؛ از سه ایزوتوپ طبیعی هیدروژن،  ${}^1_1\text{H}$  و  ${}^2_1\text{H}$  پایدار و ایزوتوپ  ${}^3_1\text{H}$  ناپایدار و پرتوزا است.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)





## نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: نادرست؛  $\text{CBr}_4$  ترکیب مولکولی است و در مولکول دادوستد الکترون وجود ندارد. در ترکیب مولکولی، اتم‌ها الکترون‌ها را به اشتراک می‌گذارند.

گزینه ۲: یون‌های M و X می‌توانند  $+1$  و  $-1$  یا  $+2$  و  $-2$  یا  $+3$  و  $-3$  باشند. مثلاً  $\text{LiF}$ ،  $\text{MgO}$  و  $\text{AlP}$ . لذا ممکن است به‌ازای هر مول MX، ۱ یا ۲ یا ۳ مول الکترون مبادله شده باشد.

گزینه ۴: در مدل فضاپرکن  $\text{NH}_3$  اتم‌ها نمی‌توانند در یک صفحه قرار گیرد.



( $\text{NH}_3$ )

۶۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: دانش \* شیمی ۱ (فصل ۲)

## جوابش اینه

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

عبارت «ب»: با کاهش دما تا صفر درجه سلسیوس، بخار آب موجود در هوا متراکم شده و به حالت جامد (یخ) تبدیل می‌شود.

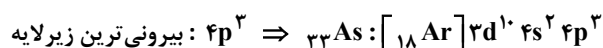
عبارت «ت»: مخلوط هوای مایع حاوی نیتروژن، اکسیژن و آرگون مایع است و اساس فرآیند جداسازی صنعتی گازها محسوب می‌شود.

## نباید سراغ اینا بری

عبارت «الف»: میزان بخار آب در هوا متغیر بوده و به‌طور میانگین حدود یک درصد از حجم کل هوا را تشکیل می‌دهد.  
عبارت «پ»: نیتروژن مایع علاوه بر نگهداری مواد غذایی، در پزشکی (نگهداری نمونه‌های بیولوژیک)، تحقیقات علمی و حتی در سیستم‌های خنک‌کننده نیز استفاده می‌شود. دلیل استفاده از نیتروژن بی‌اثر بودن آن است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطه: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)

## جوابش اینه



پس این عنصر آرسنیک است با عدد اتمی ۳۳.

$$\text{عدد جرمی ایزوتوپ‌ها} : \quad {}^{75}\text{As} = 33 + 42 = 75 \quad {}^{76}\text{As} = 33 + 43 = 76 \quad {}^{78}\text{As} = 33 + 45 = 78$$

$$\text{فراوانی ایزوتوپ‌ها} : \quad x \quad x \quad 18x$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{x \times 75 + x \times 76 + 18x \times 78}{20x} = \frac{x \times 0 + x \times 1 + 18x \times 3}{20x} + 75 = 77 / 75 \text{ amu}$$

## اینجوری هم میشه

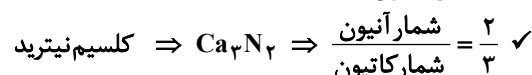
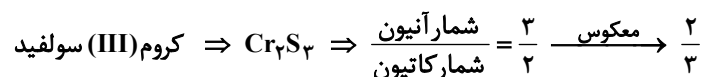
همان ابتدا درصد فراوانی‌ها را حساب می‌کنیم:

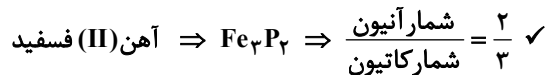
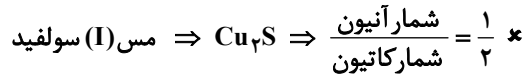
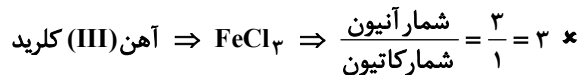
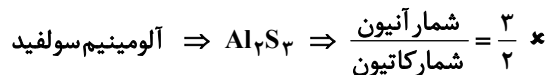
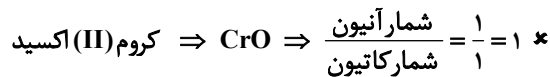
$$x + x + 18x = 100 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow (5 \times 75 + 5 \times 76 + (18 \times 5) \times 78) \times \frac{1}{100} = \frac{1}{20} \times (75 + 76 + 18 \times 78) = 77 / 75 \text{ amu}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۲)

## جوابش اینه





▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۶۸- پاسخ: گزینه ۱



ابتدا مقادیر a, b, c و d را مشخص می‌کنیم. (بر اساس ۳۶ عنصر اول جدول دوره‌ای)  
a: تعداد عناصری که بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها فقط ۱ الکترون دارد:

عناصر گروه ۱ (شامل ۴ عنصر)  $\leftarrow ns^1$

گروه ۱۳ (شامل ۳ عنصر)  $\leftarrow np^1$

۲۴Cr و ۲۹Cu  $\leftarrow 4s^1$ : بنابراین: a = ۹

b: تعداد عنصرهای دسته s:

عناصر گروه ۱ (شامل ۴ عنصر)، گروه ۲ (شامل ۳ عنصر) و He در دسته s هستند؛ بنابراین: b = ۸

c: تعداد عنصرهایی که حداقل یک زیرلایه نیمه پر دارند:

عناصر گروه ۱ (شامل ۴ عنصر)  $\leftarrow ns^1$

گروه ۱۵ (شامل ۳ عنصر)  $\leftarrow np^3$

۲۴Cr  $\leftarrow 3d^5, 4s^1$

۲۵Mn  $\leftarrow 3d^5$

۲۹Cu  $\leftarrow 4s^1$  این شرایط را دارند؛ بنابراین: c = ۱۰

d: تعداد عنصرهایی که شماره گروه آن‌ها با عدد اتمی آن‌ها برابر است:

عناصر ۱H, ۱۳Al, ۱۴Si, ۱۵P, ۱۶S, ۱۷Cl و ۱۸Ar این‌گونه هستند؛ بنابراین: d = ۷

گزینه ۱: درست؛

$$a - b = 9 - 8 = 1, \quad b - d = 8 - 7 = 1 \Rightarrow a - b = b - d$$

$$\frac{b}{d} = \frac{8}{7} > \frac{a}{c} = \frac{9}{10}$$

گزینه ۲: نادرست؛

$$c = 10 \neq a + d = 9 + 7 = 16$$

گزینه ۳: نادرست؛

$$a + c = 9 + 10 = 19 \neq b + d = 8 + 7 = 15$$

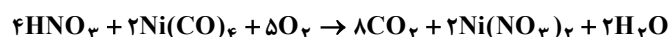
گزینه ۴: نادرست؛

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۲)

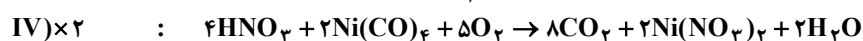
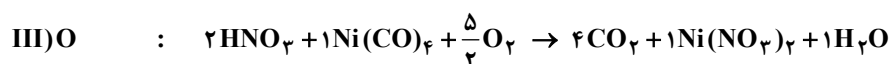
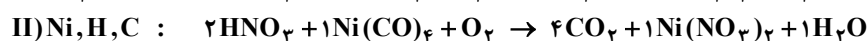
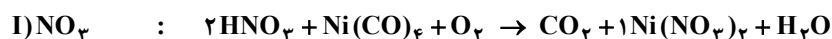
۶۹- پاسخ: گزینه ۴



معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



مراحل موازنه:



گزینه ۴: ضریب استوکیومتری همه مواد شرکت کننده در واکنش متشکل از اعداد زوج (۲، ۴ و ۸) و فرد (۵) است.

## نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: ضرایب استوکیومتری  $\text{Ni}(\text{CO})_4$  و  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  با هم برابر است.  
گزینه ۲: مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها برابر با ۱۱ است که با ضریب استوکیومتری هیچ یک از فراورده‌ها برابر نیست.  
گزینه ۳: تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها با مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها برابر با یک است که با ضریب استوکیومتری هیچ یک از واکنش دهنده‌ها برابر نیست.

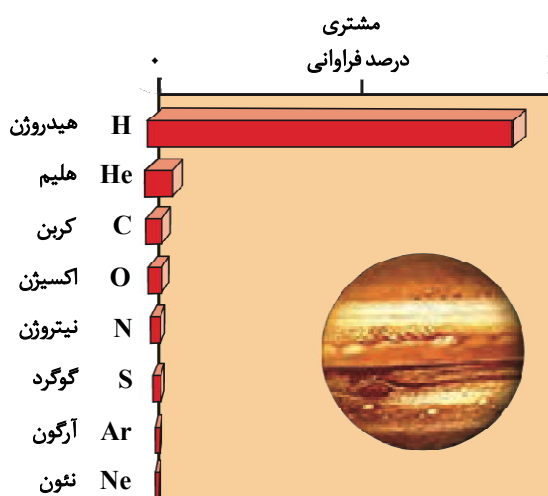
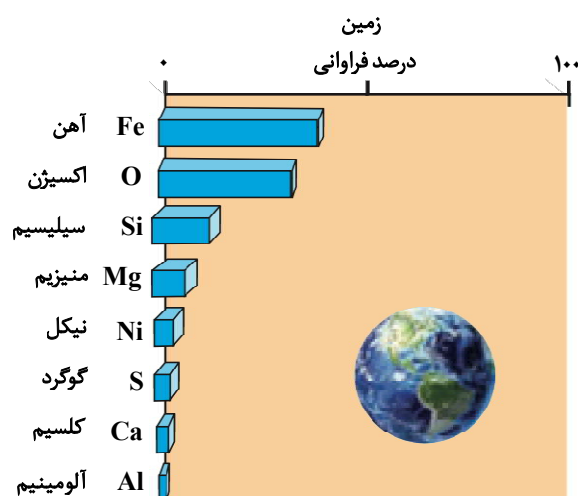
$$(8+2+2)-(4+2+5)=1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: استدلال \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

## جوابش اینه

گزینه ۳:



## نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: دو ایراد دارد: اولاً درصد فراوانی آهن در زمین کمتر از ۵۰ درصد است نه در حدود ۹۰ درصد! دوماً ترتیب درصد فراوانی چهار عنصر اول در زمین به صورت  $\text{Fe} > \text{O} > \text{Si} > \text{Mg}$  است نه  $\text{Fe} > \text{O} > \text{Mg} > \text{Si}$ .  
گزینه ۲: فراوانی هیدروژن در مشتری حدوداً ۹۰ درصد است.  
گزینه ۴: درصد فراوانی چهار عنصر اول سازنده مشتری به صورت  $\text{H} > \text{He} > \text{C} > \text{O}$  است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: دانش \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

## جوابش اینه

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: درست؛ آرگون به دلیل واکنش پذیری بسیار کم، به عنوان گاز محافظ در جوشکاری عمل می‌کند. این ویژگی، از واکنش فلز مذاب با اکسیژن موجود در هوا جلوگیری کرده و مانع از ایجاد ناخالصی و افت کیفیت جوش می‌شود. این گاز همچنین باعث افزایش استحکام و طول عمر فلز جوشکاری شده می‌شود.

عبارت «دوم»: درست؛ اکسیدهای فلزی مانند آهن، با حل شدن در آب، خاصیت بازی محلول را افزایش می‌دهند. اما اکسیدهای نافلزی، در واکنش با آب، اغلب اسید تولید کرده و خاصیت اسیدی محلول را بالا می‌برند.

عبارت «سوم»: نادرست؛ چگالی کربن مونوکسید کمتر از هوا است.

عبارت «چهارم»: درست

زغال سنگ به عنوان یک سوخت فسیلی، حاوی ناخالصی‌های مختلفی از جمله گوگرد، نیتروژن، فلزات سنگین و دیگر ترکیبات آلی است. هنگام سوختن، حتی در شرایط ایده‌آل از نظر اکسیژن، این ناخالصی‌ها نیز وارد واکنش شده و محصولات مضر تولید می‌کنند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، گوگرد به  $\text{SO}_2$  و نیتروژن به  $\text{NO}_x$  (عامل مه‌دود و باران اسیدی) تبدیل می‌شود. فلزات سنگین نیز می‌توانند به صورت ذرات معلق یا بخار وارد هوا شوند. بنابراین، سوختن زغال سنگ همیشه با تولید آلاینده‌های زیست‌محیطی همراه است.

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۱ (فصل ۱)



بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: درست؛ وقتی اتم‌ها برانگیخته می‌شوند (انرژی جذب می‌کنند)، ناپایدارند و برای بازگشت به حالت پایدار و انرژی کمتر، انرژی اضافی‌شان را آزاد می‌کنند. بهترین و مناسب‌ترین راه برای اینکه اتم‌ها انرژی‌شان را از دست بدهند و به حالت پایه برگردند، نشر نور است. عبارت «دوم»: نادرست؛ طول موج و انرژی رابطه معکوس دارند. هرچه طول موج بیشتر باشد، انرژی پرتو کمتر است، در نتیجه انتقال الکترون بین دو لایه با اختلاف انرژی کمتر صورت گرفته است. عبارت «سوم»: درست؛ بازگشت الکترون به لایه‌های پایین‌تر باعث نشر نور با طول موج معین می‌شود. عبارت «چهارم»: درست؛ «شیوه کوانتومی» به معنای دریافت یا از دست دادن انرژی در پیمانه‌های معین انرژی است. (همانند پله‌های نردبان که نقاط میانی ندارد).

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: استدلال \* شیمی ۱ (فصل ۲)



عبارت صورت سؤال درست است؛ زیرا اتمسفر به عنوان یک سپر محافظ عمل می‌کند که گرمای خورشید را تنظیم کرده و از ورود پرتوهای مضر جلوگیری می‌نماید. همچنین، چرخه آب را تسهیل کرده و به این ترتیب، بستر لازم برای تداوم حیات را فراهم می‌آورد. گزینه ۴: با شناخت بهتر ترکیب درصد و واکنش‌های اتمسفر، می‌توانیم راهکارهای نوآورانه‌ای برای کاهش آلودگی، بهینه‌سازی مصرف منابع و در نهایت، تضمین تداوم حیات به شکلی سازگارتر با محیط‌زیست بیابیم.



گزینه ۱: علم شیمی ابزار قدرتمندی برای درک برهم‌کنش‌های گازی در اتمسفر است. این دانش نه تنها به شناسایی و کنترل آلاینده‌ها کمک می‌کند، بلکه برای یافتن راه‌هایی جهت حفظ و بهبود کیفیت هوا و حمایت از حیات نیز ضروری است. گزینه ۲: جاذبه زمین نیرویی است که مولکول‌های گاز را در اطراف سیاره نگه می‌دارد و مانع فرار آن‌ها به فضا می‌شود. اما سرعت جنبش مولکول‌ها عمدتاً تحت تأثیر انرژی گرمایی (دما) است. گزینه ۳: اتمسفر نقش کلیدی در چرخه آب دارد. بخار آب موجود در اتمسفر از طریق تبخیر و میعان و سپس بارش، آب را در سراسر سیاره توزیع می‌کند؛ بنابراین، اتمسفر جزء مهمی از این فرآیند است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)



گزینه ۱:

$$2 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 2 \Rightarrow [Ne] 3s^2 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 12$$

$$4 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 4 \Rightarrow [Ar] 3d^2 4s^2 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 22$$

گزینه ۲:

$$3 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 13 \Rightarrow [He] 2s^2 2p^1 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 5$$

$$5 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 15 \Rightarrow [Ne] 3s^2 3p^3 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 15$$

گزینه ۳:

$$6 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 16 \Rightarrow [Ne] 3s^2 3p^4 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 16$$

$$6 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 6 \Rightarrow [Ar] 3d^5 4s^1 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 24$$

گزینه ۴:

$$3 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 13 \Rightarrow [Ne] 3s^2 3p^1 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 13$$

$$3 = \text{تعداد الکترون‌های ظرفیت، گروه } 13 \Rightarrow [Ar] 3d^1 4s^2 4p^1 \Rightarrow \text{عنصر شماره } 31$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۵- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{جرم مولی } \text{N}_2\text{O}_4 = 2 \times 14 + 4 \times 16 = 92 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{جرم مولی } \text{P}_4\text{O}_{10} = 4 \times 31 + 10 \times 16 = 284 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$? \text{ mol N} : 4/6 \text{ g N}_2\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_4}{92 \text{ g N}_2\text{O}_4} \times \frac{2 \text{ mol N}}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_4} = 0/1 \text{ mol N}$$

$$? \text{ mol P} : 7/1 \text{ g P}_4\text{O}_{10} \times \frac{1 \text{ mol P}_4\text{O}_{10}}{284 \text{ g P}_4\text{O}_{10}} \times \frac{4 \text{ mol P}}{1 \text{ mol P}_4\text{O}_{10}} = 0/1 \text{ mol P}$$

$$\frac{0/1 \text{ mol N}}{0/1 \text{ mol P}} = 1$$

$$\left[ 4/6 \text{ g N}_2\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_4}{92 \text{ g N}_2\text{O}_4} \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_4} + 7/1 \text{ g P}_4\text{O}_{10} \times \frac{1 \text{ mol P}_4\text{O}_{10}}{284 \text{ g P}_4\text{O}_{10}} \times \frac{10 \text{ mol O}}{1 \text{ mol P}_4\text{O}_{10}} \right] \times \frac{16 \text{ g O}}{1 \text{ mol O}}$$

$$= (0/2 + 0/25) \times 16 = 7/2 \text{ g O}$$